Приложение 2 к РПД Комплексный анализ
01.03.02 Прикладная математика и информатика
направленность (профиль)
Системное программирование
и компьютерные технологии
Форма обучения – очная
Год набора – 2022

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Системное программирование и компьютерные технологии
4.	Дисциплина (модуль)	К.М.01.09 Комплексный анализ
5.	Форма обучения	Очная
6.	Год набора	2022

2. Перечень компетенций

– **ОПК-3**: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

<table>
<tr><th rowspan="2">Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)</th><th rowspan="2">Формируемая компетенция</th><th colspan="3">Критерии и показатели оценивания компетенций</th><th rowspan="2">Формы контроля сформированности компетенций</th></tr>
<tr><th>Знать:</th><th>Уметь:</th><th>Владеть:</th></tr>
<tr><td>Раздел 1. Поле комплексных чисел.</td><td>ОПК-3</td><td rowspan="5">основные методы доказательств теорем и утверждений комплексного анализа</td><td rowspan="5">доказывать основные теоремы и утверждения комплексного анализа, решать основные типы задач данного курса, используя при этом изученный аппарат</td><td rowspan="5">владеть основными понятиями комплексного анализа, математическим аппаратом, необходимым при изучении других дисциплин</td><td rowspan="5">Контрольная работа
Индивидуальное домашнее задание</td></tr>
<tr><td>Раздел 2. Функция комплексной переменной</td><td>ОПК-3</td></tr>
<tr><td>Раздел 3. Ряды с комплексными членами</td><td>ОПК-3</td></tr>
<tr><td>Раздел 4. Интегрирование функций комплексной переменной</td><td>ОПК-3</td></tr>
<tr><td>Раздел 5. Вычет аналитической функции в особой точке</td><td>ОПК-3</td></tr>
</table>

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

1) Контрольная работа

Баллы	Критерии оценивания
8-10	контрольная работа выполнена полностью, в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала)
6-8	контрольная работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета в выкладках или графиках, если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки
2-6	студент допустил более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках и графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
0	студент показал полное отсутствие обязательных знаний и умений по проверяемой теме

Примечание:

К *грубым* ошибкам относятся незнание студентом формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приемов решения задач, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской.

К *негрубым* ошибкам относятся вычислительные ошибки, если они являются опиской, потеря решения уравнения или сохранение в ответе постороннего корня.

К *недочетам* относятся нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решении задания.

2) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

Баллы	Характеристика индивидуального домашнего задания
8	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено полностью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены без замечаний.
6	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено полностью, при этом некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, но все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены, некоторые из них содержат негрубые ошибки.
4	Уровень расчетно-графической работы не отвечает большинству требований, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, отдельные предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены с грубыми ошибками.
2	Уровень выполнения ИДЗ показывает, что теоретическое содержание раздела дисциплины не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные задания ИДЗ содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения заданий ИДЗ.

Требования, предъявляемые к выполнению ИДЗ**:**

- ИДЗ должно базироваться на знаниях теоретических и методических вопросах дисциплины. Работа должна содержать элементы творчества, новизны, направленные на эффективное решение заданий ИДЗ;
- ИДЗ должно отразить глубину теоретической подготовки студента, понимание контролируемого учебного материала по дисциплине: умение связывать теоретические положения с их практическим применением, способность самостоятельно формировать и обосновывать собственные выводы, логически и грамотно излагать свои мысли;

- в ИДЗ не допускается переписывание учебников, учебных пособий и других источников;
- Студент – автор ИДЗ полностью отвечает за предложенные решения заданий и правильность всех данных, приведенных в ИДЗ;
- ИДЗ должно быть сдана в назначенный руководителем срок.

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

5.1. Типовая контрольная работа

Вариант 0

Задача 1.

1. Дано комплексное число z. Требуется записать число z в алгебраической и тригонометрической формах $z=\dfrac{2\sqrt{2}}{1+i}$.

Решение. $z=\dfrac{2\sqrt{2}}{1+i}=\dfrac{2\sqrt{2}\left(1-i\right)}{2}=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ - алгебраическая форма,

$\left|z\right|=\sqrt{2+2}=2,\ \arg z=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=\operatorname{arctg}\left(-1\right)=-\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow$

$z=2\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ - тригонометрическая форма.

2. Пусть $z_1 = 2 - 3\,i$, $z_2 = 4 + 5\,i$. Найти z_1+z_2, $z_1\cdot z_2$ и $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Решение. $z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (4 + 5i) = (2 + 4) + (-3 + 5)\,i = 6 + 2\,i$; $z_1z_2 = (2 - 3i)(4 + 5i) =$
$=\left(2\cdot 4+(-3)\cdot 5\cdot i^2\right)+\left(2\cdot 5+(-3)\cdot 4\right)i=23-2i$;

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{2-3i}{4+5i}=\frac{(2-3i)(4-5i)}{(4+5i)(4-5i)}=\frac{(8-15)+(-12-10)i}{16+25}=-\frac{7}{41}-\frac{22}{41}i.$$

3. Вычислить $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

Решение. $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}=\left(\dfrac{2(\cos(\pi/3)+i\sin(\pi/3))}{\sqrt{2}(\cos(-\pi/4)+i\sin(-\pi/4))}\right)^{20}=$

$$=\frac{2^{20}}{2^{10}}\frac{e^{i\cdot 20\pi/3}}{e^{i\cdot(-5\pi)}}=2^{10}\frac{e^{i\cdot(6\pi+2\pi/3)}}{e^{i\cdot\pi}}=1024\frac{e^{i\cdot 2\pi/3}}{-1}=-1024\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=512(1-i\sqrt{3}).$$

4. 1. $f\left(z\right)=z^3$, 2. $f\left(z\right)=e^z$. Найти $\operatorname{Re} f(z)$ и $\operatorname{Im} f(z)$.

Решение. 1. Выражаем z^3 через x,y: $z^3 = (x + iy)^3 = x^3 + 3x^2 i y + 3 x i^2 y^2 + i^3 y^3$

$$=x^3+3ix^2y-3xy^2-iy^3=\left(x^3-3xy^2\right)+i\left(3x^2y-y^3\right)=u+iv\Rightarrow\begin{cases}u(x,y)=x^3-3xy^2,\\ v(x,y)=3x^2y-y^3.\end{cases}$$

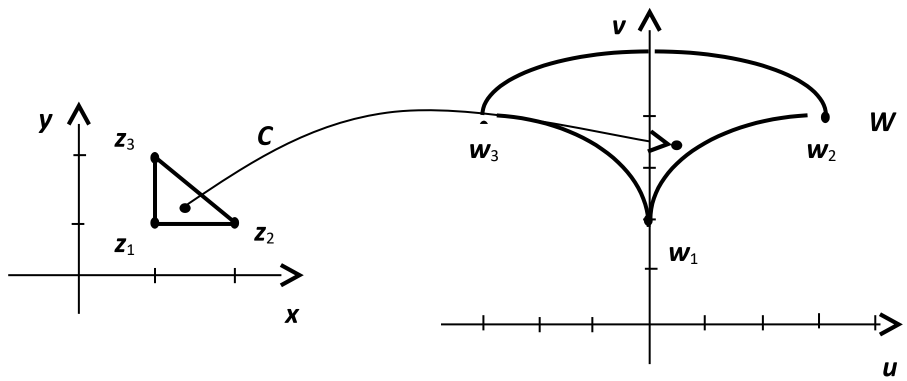
2. $w = e^z$. Здесь $u+iv=e^z=e^{x+iy}=e^x\cdot e^{iy}=e^x(\cos y+i\sin y)\Rightarrow\begin{cases}u(x,y)=e^x\cos y,\\ v(x,y)=e^x\sin y.\end{cases}$

5. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = 1 + 2\,i$.
Найти образ треугольника $z_1z_2z_3$ при отображении $w = z^2$.

Решение. Находим, куда отображаются вершины треугольника. $w_1 = z_1^2 = (1 + i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$; $w_2 = z_2^2 = (2 + i)^2 = 4 + 4i - 1 = 3 + 4i$; $w_3 = z_3^2 = (1 + 2i)^2 = 1 + 4i - 4 = -3 + 4i$. Сторона z_1z_2 является частью прямой $y = y_0 = 1$. Эта прямая отображается, как мы видели, в параболу $u = \frac{v^2}{4y_0^2} - y_0^2 = \frac{v^2}{4} - 1$. Нам нужна часть этой параболы между точками w_1 и w_2. Далее, сторона z_1z_3 является частью прямой $x = x_0 = 1$, отображаемой в параболу $u = x_0^2 - \frac{v^2}{4x_0^2} = 1 - \frac{v^2}{4}$; берём участок этой параболы между точками w_1 и w_3. Сторона z_2z_3 лежит на прямой $x+y=3$; уравнение образа этой прямой получим, исключив из системы $\begin{cases} x + y = 3, \\ u = x^2 - y^2, \\ v = 2xy, \end{cases}$ переменные x и y:

$$y = 3 - x,\ u = x^2 - (3-x)^2 = 6x - 9 \Rightarrow x = \frac{u+9}{6} \Rightarrow v = 2 \cdot \frac{u+9}{6}\left(3 - \frac{u+9}{6}\right) = \frac{9}{2} - \frac{u^2}{18}.$$

Участок этой параболы между точками w_2 и w_3 и даст образ стороны z_2z_3. Изображение треугольника построено. Легко убедиться, что область, ограниченная этим треугольником, переходит во внутренность криволинейного треугольника $w_1w_2w_3$ (для этого достаточно найти, например, образ одной точки этой области).



5.2. Типовое ИДЗ

Задача 1. Проверить выполнение условий Коши - Римана и найти $f'(z)$: а) $f(z) = z^2$, б) $f(z) = e^z$

Решение. 1. Проверим, что для функции $f(z) = z^2$ выполняются условия Коши-Римана. Так как $w = z^2 = (x + iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$, то $u = x^2 - y^2$, $v = 2xy$, $\frac{\partial u}{\partial x} = 2x = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -2y = -\frac{\partial v}{\partial x}$. Тогда

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x} = 2x + i \cdot 2y = 2(x + iy) = 2z.$$

2. Для функции $w = e^z$ мы получили $u(x, y) = e^x \cos y$, $v(x, y) = e^x \sin y$. Поэтому $\frac{\partial u}{\partial x} = e^x \cos y = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x \sin y = -\frac{\partial v}{\partial x}$, т.е. функция дифференцируема.

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x} = e^x \cos y + i \cdot e^x \sin y = e^x(\cos y + i \cdot \sin y) = e^x \cdot e^{iy} = e^{x+iy} = e^z.$$

Задача2. Может ли функция $v(x, y) = e^{-y}(x\cos x - y\sin x)$ быть мнимой частью некоторой аналитической функции $w = f(z)$? В случае положительного ответа найти функцию $w = f(z)$.

Решение. Докажем, что $v(x, y)$ - гармоническая функция.

$$v'_x = e^{-y}(\cos x - x\sin x - y\cos x);\ v''_{xx} = e^{-y}(-\sin x - \sin x - x\cos x + y\sin x) = e^{-y}(-2\sin x - x\cos x + y\sin x);$$

$$v'_y = -e^{-y}(x\cos x - y\sin x + \sin x);\ v''_{yy} = e^{-y}(x\cos x - y\sin x + \sin x + \sin x) = e^{-y}(x\cos x - y\sin x + 2\sin x);$$

$\frac{\partial^2 \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{y}^2} = 0$, т.е. $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ - гармоническая функция и, следовательно, может являться мнимой частью аналитической функции.

Найдём эту функцию. Для действительной части $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ справедливы соотношения

$$\begin{cases} \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{y}} = -\boldsymbol{e}^{-y}(\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x} + \sin\boldsymbol{x}), \\ \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}} = -\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{e}^{-y}(\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}); \end{cases}$$

$$\Rightarrow u = -e^{-y}\int(x\cos x - y\sin x + \sin x)dx = -e^{-y}\int x \cdot d\sin x -$$

$$-\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}} \cdot \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}\cos\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}} \cdot \boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}\int\sin\boldsymbol{x}d\boldsymbol{x} -$$

$$-\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}} \cdot \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}\cos\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}) + \varphi(\boldsymbol{y}),$$

для нахождения $\varphi(\boldsymbol{y})$ используем второе уравнение системы:

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}} = \frac{\partial}{\partial y}\left[-\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}) + \varphi(\boldsymbol{y})\right] = \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x} - \cos\boldsymbol{x}) + \varphi'(\boldsymbol{y}) = -\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi'(\boldsymbol{y}) = 0 \Rightarrow \varphi(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{C} = \text{const}.$$

Формально мы можем выписать

$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) + \boldsymbol{i}\,\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \boldsymbol{e}^{-y}[-(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{i}(\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x})] + \boldsymbol{C}$, но толку в этой записи нет, так как не видна зависимость $\boldsymbol{f}$ от $\boldsymbol{z}$. Поэтому сделаем по-другому. Выпишем производную $\boldsymbol{f}'(z)$: $\boldsymbol{f}'(z) = \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}} + \boldsymbol{i}\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{y}} + \boldsymbol{i}\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{e}^{-y}\left[(\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x} + \sin\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{i}(\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x})\right]$. На действительной оси (при $\boldsymbol{y} = 0$, т.е при $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x}$) функция $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$ превращается в функцию действительной переменной $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, её производная - в $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})$. Положим в $\boldsymbol{f}'(z)$ $\boldsymbol{y} = 0$, $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{z}$:

$$\boldsymbol{f}'(z)\big|_{y=0;\, z=x} = -\boldsymbol{e}^{-y}\left[(\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x} + \sin\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{i}(\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x})\right]\Big|_{y=0;\, z=x} =$$

$= -\boldsymbol{z}\cos\boldsymbol{z} - \sin\boldsymbol{z} + \boldsymbol{i}(\cos\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}\sin\boldsymbol{z})$; проинтегрировав это выражение, получим $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$.

Техника нахождения неопределённых интегралов в теории функций комплексной переменной в основном та же, что и в математическом анализе; таблица основных интегралов в обоих случаях одинакова, поскольку одинакова таблица производных. Поэтому

$$\boldsymbol{f}(z) = -\int \boldsymbol{z}\cos\boldsymbol{z}d\boldsymbol{z} - \int\sin\boldsymbol{z}d\boldsymbol{z} + \boldsymbol{i}\int\cos\boldsymbol{z}d\boldsymbol{z} - \boldsymbol{i}\int\boldsymbol{z}\sin\boldsymbol{z}d\boldsymbol{z} = -\int\boldsymbol{z}\boldsymbol{d}(\sin z) + \cos\boldsymbol{z} + \boldsymbol{i}\sin\boldsymbol{z} + \boldsymbol{i}\int\boldsymbol{z}\boldsymbol{d}(\cos\boldsymbol{z}) =$$

$$= -z\sin z + \int\sin z dz + \cos z + i\sin z + iz\cos z - i\int\cos z dz = -z\sin z - \cos z + \cos z + i\sin z + iz\cos z -$$

$-i\sin z + C$ = - $\boldsymbol{z}$ sin $\boldsymbol{z}$ + $\boldsymbol{iz}$ cos $\boldsymbol{z}$ + $\boldsymbol{C}$ = $\boldsymbol{iz}$ (cos $\boldsymbol{z}$ + $\boldsymbol{i}$ sin $\boldsymbol{z}$) + $\boldsymbol{C}$ = $\boldsymbol{iz}\,\boldsymbol{e}^{iz}$ + $\boldsymbol{C}$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная вещественная постоянная интегрирования. Постоянная интегрирования будет действительной, если по условию задачи задана функция $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, и с точностью до произвольной постоянной находится действительная часть

$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$; если же задана функция $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, то с точностью до произвольной постоянной интегрирования находится мнимая часть $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, т.е постоянная будет чисто мнимым числом $\boldsymbol{Ci}$ ($\boldsymbol{C}$ - произвольное вещественное число).

Проверим полученный результат. Если $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{iz}\,\boldsymbol{e}^{iz} + \boldsymbol{C}$, то $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{ix} - \boldsymbol{y})\,\boldsymbol{e}^{(ix - y)} + \boldsymbol{C}$ =
= $\boldsymbol{e}^{-y}(\boldsymbol{ix} - \boldsymbol{y})(\cos\boldsymbol{x} + \boldsymbol{i}\sin\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{C}$ = $\boldsymbol{i}\,\boldsymbol{e}^{-y}\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{e}^{-y}\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} - \boldsymbol{e}^{-y}\boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{i}\,\boldsymbol{e}^{-y}\boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{C}$ =

$$\underbrace{-\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})} + \boldsymbol{i} \cdot \underbrace{\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x})}_{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) - \textit{по условию}};$$

$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\sin\boldsymbol{x}) = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{y}}$, $\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}} = \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{x}\sin\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\cos\boldsymbol{x} - \cos\boldsymbol{x}) = -\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}}$; условия Коши-Римана выполнены, следовательно, функция $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{iz}\,\boldsymbol{e}^{iz} + \boldsymbol{C}$ - аналитическая на всей комплексной плоскости функция.

5.3. Вопросы к зачету

1. Понятие интеграла по комплексному переменному. Формулы для вычисления.
2. Оновные свойства интеграла по комплексному переменному. Интегрирование равномерно сходящегося ряда.
3. Теорема Коши (с предположением о непрерывности производной функции).
4. Основная лемма.
5. Теорема Коши (предполагающая существование лишь конечной производной).
6. Распространение теоремы Коши на случай сложных контуров.
7. Понятие неопределенного интеграла в комплексной области.
8. Интегральная формула Коши (случай односвязной области).
9. Интегральная формула Коши (случай многосвязной области).
10. Интеграл типа Коши.
11. Существование производных всех порядков для функции аналитической в области. Теорема Морера.
12. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Первая теорема Вейерштрасса.
13. Ряд Тейлора.
14. Разложение аналитической функции в степенной ряд.
15. Понятие голоморфной функции и его эквивалентность с понятием аналитической функции.
16. Теорема единственности аналитических функций.
17. Нули аналитической функции.
18. Неравества Коши для коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля. Вторая теорема Вейерштрасса.
19. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Единственность разложения Лорана.
20. Классификация изолированных особых точек.
21. Теорема Сохоцкого.
22. Поведение аналитической функции на бесконечности.
23. Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах.
24. Вычисление вычета относительно полюса.
25. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
26. Приложение теории вычетов к вычислению определенных интегралов.